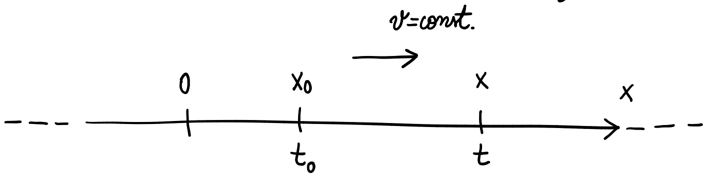
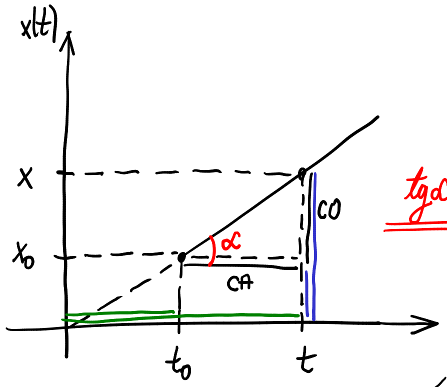
MIȘCAREA RECTILINIE ȘI UNIFORMĂ (M.R.U)

$v = const.$



t_0 - momentul de timp inițial
x_0 - poziția la momentul de timp inițial
t - momentul de timp
x - poziția la momentul de timp



$$tg\alpha = \frac{CO}{CA} = \frac{x-x_0}{t-t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v = const.$$

$$\Rightarrow tg\alpha = v = const.$$

$$\boxed{v = \frac{\Delta x}{\Delta t}} \qquad \boxed{v = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}}$$

$$[v]_{S.I.} = \frac{m}{s}$$

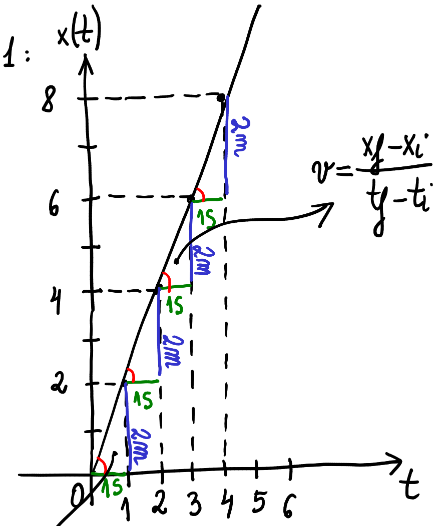
$$\Delta x = v \cdot \Delta t$$

$$x - x_0 = v \cdot (t - t_0)$$

$$\Rightarrow \boxed{x = x_0 + v \cdot (t - t_0)}$$

LEGEA MIȘCĂRII RECTILINII UNIFORME (MRU)

EXEMPLU 1:



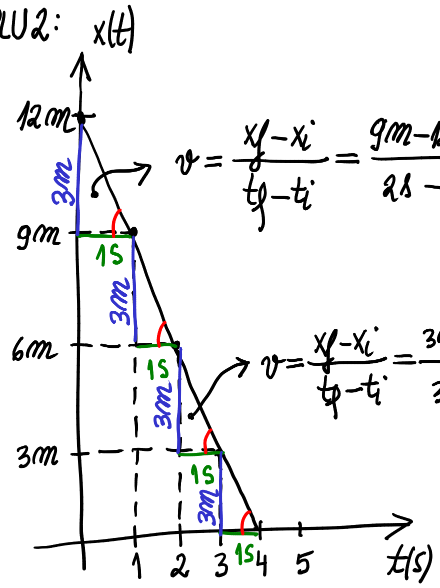
$$v = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{6m - 4m}{3s - 2s} = \frac{2m}{1s}$$

$$v = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{2m - 0m}{1s - 0s} = \frac{2m}{1s} = const.$$

! Obs. În intervale de timp egale (1s) sunt parcurse distanțe egale (2m) $\Rightarrow$ MRU!

$v = const.$

EXEMPLU 2:

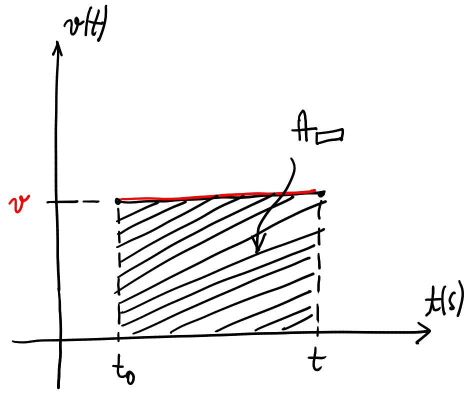


$$v = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{9m - 12m}{2s - 1s} = \frac{-3m}{1s}$$

$$v = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{3m - 6m}{3s - 2s} = \frac{-3m}{1s}$$

$$v = -3\frac{m}{s} = const$$

! Obs.



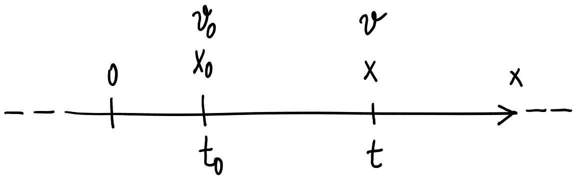
$$A_{\square} = L \cdot l = v \cdot \Delta t$$

$$A_{\square} = d$$

Aria de sub graficul vitezei în funcție de timp reprezintă distanța parcursă.

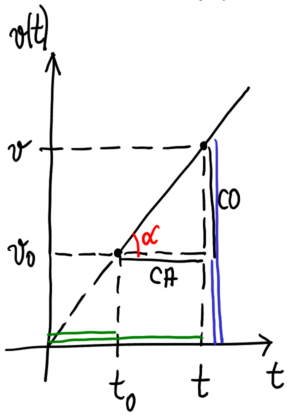
MIȘCAREA RECTILINIE UNIFORM VARIATĂ (MRUV)

$a = const.$
$v \neq const.$



t_0, x_0, v_0 – momentul, poziția și viteza inițială
t, x, v – viteza, poziția la momentul t

$a = const$



$$\underline{tg\alpha} = \frac{CO}{CA} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \underline{a} = const.$$

$$\Rightarrow tg\alpha = a = const.$$

$$\boxed{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}} \quad \boxed{a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}}$$

$$[a]_{S.I.} = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$$

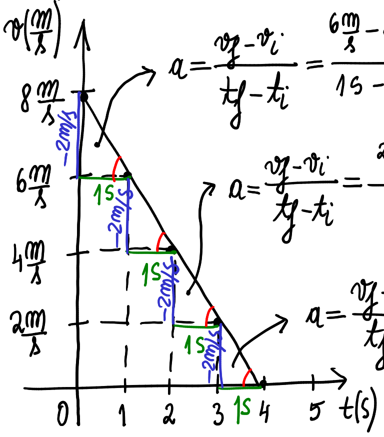
$$\Delta v = a \cdot \Delta t$$

$$v - v_0 = a \cdot (t - t_0)$$

$$\boxed{v = v_0 + a \cdot (t - t_0)}$$

LEGEA VARIAȚIEI VITEZEI

EXEMPLU 1:



$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{6\frac{m}{s} - 8\frac{m}{s}}{1s - 0s} = \frac{-2\frac{m}{s}}{1s} = -2\frac{m}{s^2}$$

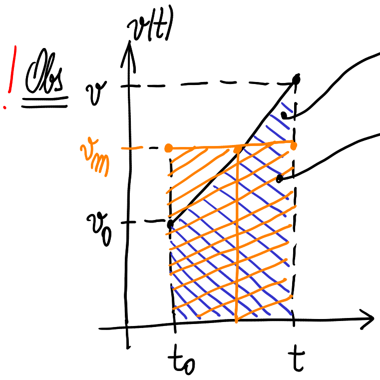
$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{2\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s}}{3s - 2s} = \frac{-2\frac{m}{s}}{1s} = -2\frac{m}{s^2}$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{0\frac{m}{s} - 2\frac{m}{s}}{4s - 3s} = \frac{-2\frac{m}{s}}{1s}$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = -2\frac{m}{s^2} = const.$$

$a < 0 \Rightarrow$ mișcare frânată $v\downarrow$
$a > 0 \Rightarrow$ mișcare accelerată $v\uparrow$

! Obs



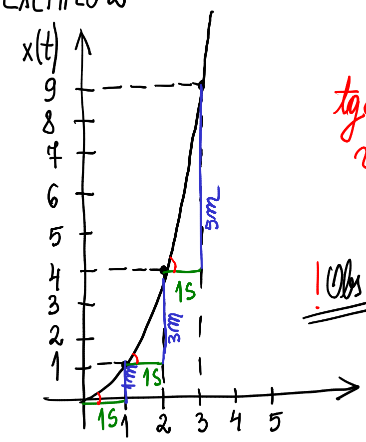
$A_{\text{trapez}} = d \rightarrow$ mișcare variată (MRUV)
$A_{\text{dreptunghi}} = d \rightarrow$ mișcare uniformă (MRU)
$v_m = const.$

Fie că mișcarea a fost MRUV cu viteza crescândă, fie că mișcarea a fost MRU cu viteza constantă v_m $\Rightarrow$ după scurgerea timpului la final ne găsim la aceeași poziție. (a fost parcursă aceeași distanță)

v_m – linie mijlocie în trapez

$$\boxed{v_m = \frac{v_0 + v}{2}}$$ v_m – viteza medie

EXEMPLU 2



$tg\alpha \neq const.$
$v \neq const.$

! Obs În intervale de timp egale viteza variază în porții egale, iar poziția se schimbă pătratic (parabolic).

DEMONSTRAȚIE $\boxed{x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a(t - t_0)^2}{2}}$

$$x(t) = x_0 + v_m \cdot (t - t_0)$$

$$x(t) = x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)(t - t_0), \text{ înlocuind } v = v_0 + a(t - t_0)$$

$$x(t) = x_0 + \left[\frac{v_0 + v_0 + a \cdot (t - t_0)}{2}\right](t - t_0)$$

$$x(t) = x_0 + \left[\frac{2v_0 + a(t - t_0)}{2}\right] \cdot (t - t_0)$$

$$\Rightarrow \boxed{x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{a}{2} \cdot (t - t_0)^2}$$

LEGEA MIȘCĂRII RECTILINII UNIFORM VARIATE (MRUV)

$t_0 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}}$$

LEGEA MIȘCĂRII RECTILINII UNIFORM VARIATE M.R.U.V.

MIȘCAREA RECTILINIE UNIFORM VARIATĂ (M.R.U.V.)

FORMULA LUI GALILEI

(1) $\boxed{x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{a \cdot (t - t_0)^2}{2}}$ LEGEA MIȘCĂRII RECTILINII UNIFORM VARIATE

(2) $\boxed{v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0)}$ LEGEA VARIAȚIEI VITEZEI ÎN FUNCȚIE DE TIMP

(3) $\boxed{v^2(x) = v^2(x_0) + 2a \cdot (x - x_0)}$ LEGEA VARIAȚIEI VITEZEI ÎN FUNCȚIE DE POZIȚIE SAU FORMULA LUI GALILEI

DEMONSTRAȚIE:

din (2) $\Rightarrow t - t_0 = \frac{v - v_0}{a}$ și înlocuind în (1)

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{a}{2}\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

$$x(t) = x_0 + \frac{v_0 v - v_0^2}{a} + \frac{a}{2} \cdot \frac{(v^2 - 2v \cdot v_0 + v_0^2)}{a^2}$$

$$x(t) = x_0 + \frac{2v_0 v - 2v_0^2}{2a} + \frac{v^2 - 2v \cdot v_0 + v_0^2}{2a}$$

$$(x - x_0) \cdot 2a = \cancel{2v_0 v} - 2v_0^2 + v^2 - \cancel{2v \cdot v_0} + v_0^2$$

$$\Rightarrow \boxed{v^2 = v_0^2 + 2a \cdot (x - x_0)}$$

FORMULA LUI GALILEI

! **Obs** De ce distanță are nevoie un mobil care accelerează cu accelerația a pentru a ajunge de la v_0 la v?

$$\Rightarrow (x - x_0) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

! **Obs** Cât este accelerația unui mobil care la poziția x_0 are viteza v_0, și la poziția x are viteza v?

$$\Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot (x - x_0)}$$

! **Obs** Cât devine viteza unui mobil cu viteza inițială v_0 la borna de poziție x, dacă accelerează cu accelerația a?

$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2a \cdot (x - x_0)$$

MIȘCAREA RECTILINIE UNIFORM VARIATĂ (M.R.U.V.)

EXEMPLU NUMERIC

$\boxed{\text{MRUV.}}$ $a = \text{const.}$

$v \neq \text{const.} \rightarrow$ VITEZA VARIAZĂ UNIFORM

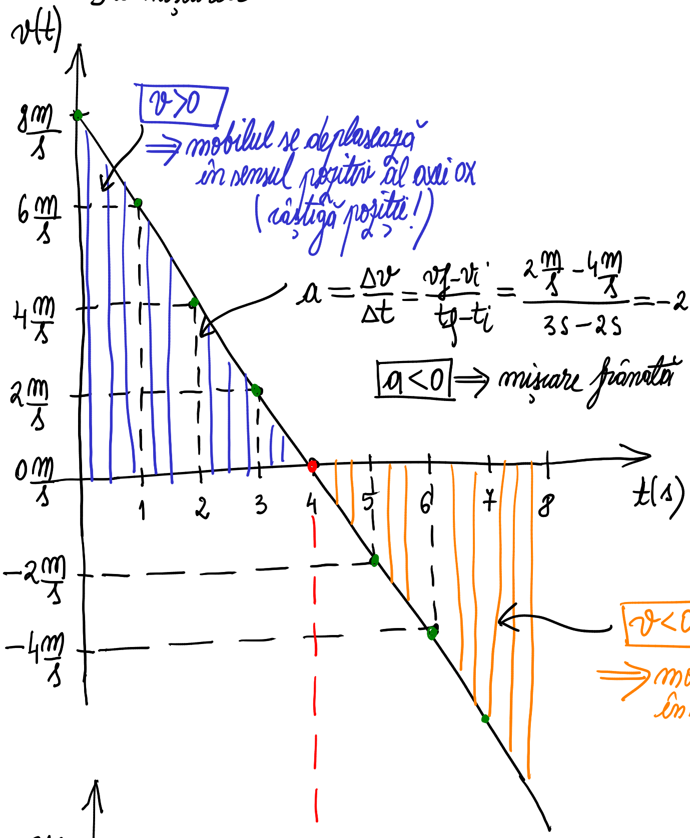
$\boxed{x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{a \cdot (t-t_0)^2}{2}}$ LEGEA MIȘCĂRII RECTILINII UNIFORM VARIATE

$\boxed{v(t) = v_0 + a(t - t_0)}$ LEGEA VARIAȚIEI VITEZEI

$\boxed{v_m = \frac{v_0 + v}{2}}$ VITEZA MEDIE ÎN MRUV

$\boxed{v^2(x) = v^2(x_0) + 2 \cdot a \cdot (x - x_0)}$ FORMULA LUI GALILEI

Fie mișcarea:



$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{2\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s}}{3s - 2s} = -2\frac{m}{s^2}$

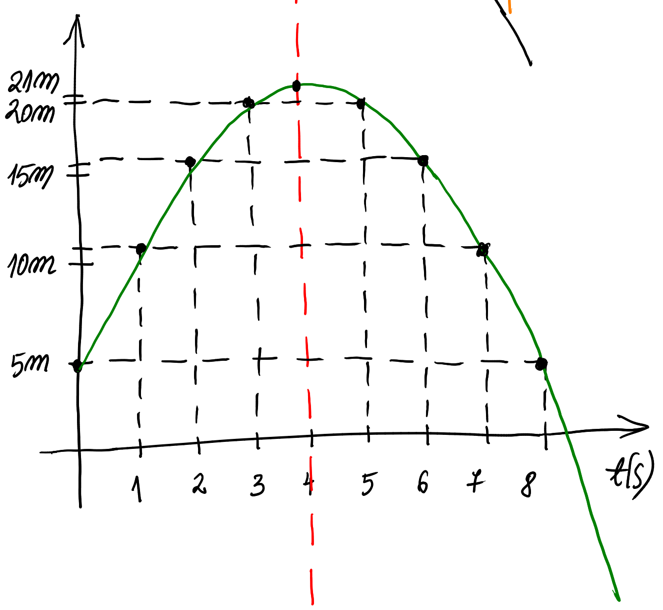
$\boxed{a < 0} \Rightarrow$ mișcare frânată

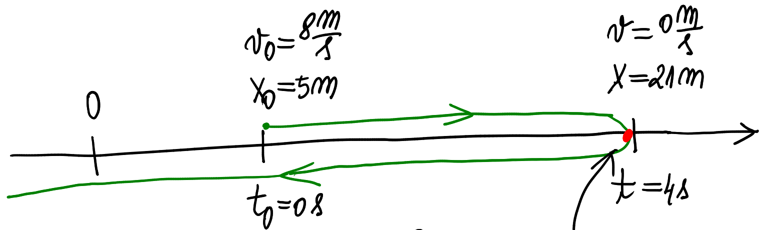
$v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0)$

din grafic $v_0 = 8\frac{m}{s}$, $a = -2\frac{m}{s^2}$

$\Rightarrow \boxed{v(t) = 8 - 2t}$

LEGEA VARIAȚIEI VITEZEI





La momentul $t = 4s$ mobilul se oprește și se întoarce spre reper.

$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a(t-t_0)^2}{2}$

$x(t) = 5 + 8t - \frac{2t^2}{2}$

$\Rightarrow \boxed{x(t) = 5 + 8t - t^2}$

LEGEA MIȘCĂRII RECTILINII UNIFORM VARIATE cu $x_0 = 5m$, $v_0 = 8\frac{m}{s}$ și $a = -2\frac{m}{s^2}$

$x(0) = 5m$

$x(1) = 5 + 8 \cdot 1 - 1^2 = 12m$

$x(2) = 5 + 8 \cdot 2 - 2^2 = 17m$

$x(3) = 5 + 8 \cdot 3 - 3^2 = 20m$

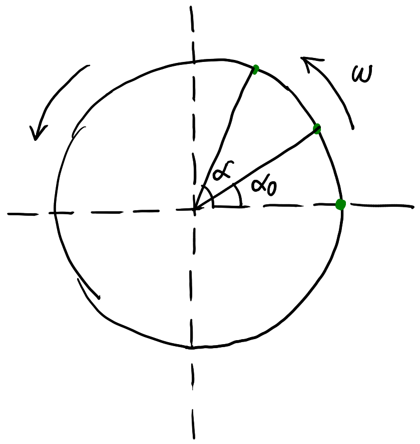
$\boxed{x(4) = 5 + 8 \cdot 4 - 4^2 = 21m}$ POZIȚIA LA MOMENTUL SCHIMBĂRII SENSULUI MIȘCĂRII

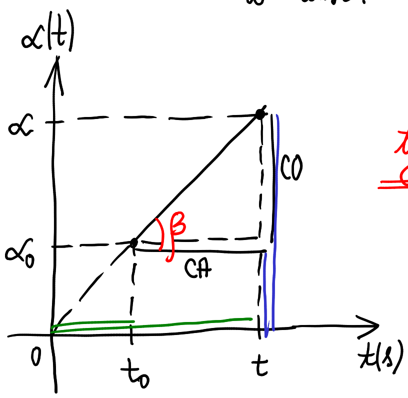
$x(5) = 5 + 8 \cdot 5 - 5^2 = 20m$

$x(6) = 5 + 8 \cdot 6 - 6^2 = 17m$

MIȘCAREA CIRCULARĂ UNIFORMĂ (M.C.U.)

$\omega = const.$





$\underline{tg\beta} = \frac{CO}{CA} = \frac{\alpha - \alpha_0}{t - t_0} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \underline{\omega} = const.$

$\Rightarrow tg\beta = \omega = const.$

$\boxed{\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}}$ $\boxed{\omega = \frac{\alpha_f - \alpha_i}{t_f - t_i}}$

$[\omega]_{S.I.} = \frac{rad}{s}$

$\Delta\alpha = \omega \cdot \Delta t$

$\alpha - \alpha_0 = \omega \cdot (t - t_0)$

$\boxed{\alpha = \alpha_0 + \omega(t - t_0)}$

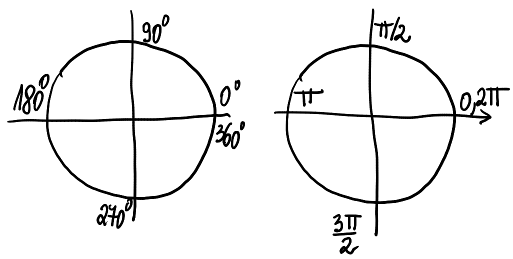
LEGEA MIȘCĂRII CIRCULARE UNIFORME

MRU. $\boxed{x(t) = x_0 + v \cdot (t - t_0)}$

MCU $\boxed{\alpha(t) = \alpha_0 + \omega (t - t_0)}$

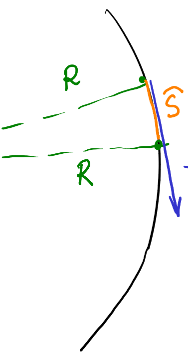
v – viteza liniară
ω – viteza unghiulară

GRADE: RADIANI:

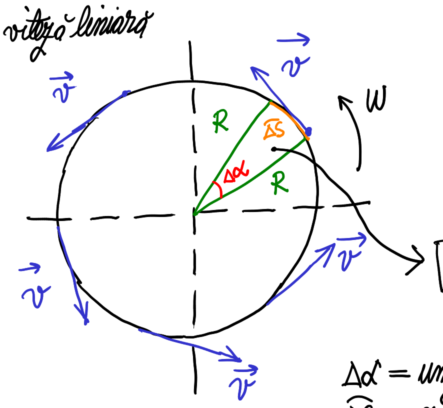


$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$ T – perioadă

ω – viteza unghiulară



$\vec{v}$ – viteza liniară



$v = \frac{\widehat{\Delta S}}{\Delta t} = \frac{R \cdot \Delta\alpha}{\Delta t}$

$\Rightarrow \boxed{v = R \cdot \omega}$

v – viteza liniară
ω – viteza unghiulară
R – raza cercului

$\boxed{R \cdot \Delta\alpha = \widehat{\Delta S}}$

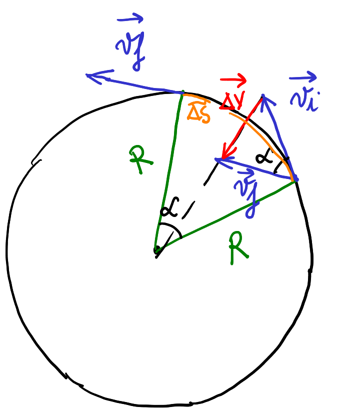
$R \cdot 2\pi = 2\pi R$

Δα = unghi
$\widehat{\Delta S}$ = arcul de cerc subîntins unghiului Δα
R = raza cercului

! Obs $|\vec{v}| = R \cdot \omega = constant$

$\Rightarrow$ modulul vectorului viteză liniară rămâne mereu constant în MCU

$\vec{v}$ – vectorul viteză liniară variază însă ca direcție și este mereu tangent la cerc



$\boxed{\vec{a} \overset{DEF.}{=} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}}$

În MCU apare o accelerație centripetă datorită variației direcției vectorului viteză.

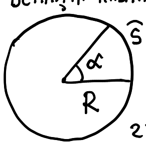
$\frac{R}{v} = \frac{\widehat{\Delta S}}{\Delta v}$ din teorema lui Thales

$\Rightarrow \Delta v = \frac{v \cdot \widehat{\Delta S}}{R} \quad \Big| \cdot \frac{1}{\Delta t}$

$a_{cp} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v \cdot \widehat{\Delta S}}{R \cdot \Delta t} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow \boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{R}} \boxed{a_{cp} = v \cdot \omega} \boxed{a_{cp} = \omega^2 R}$

Obs

DEFINIȚIA RADIANULUI



1 radian ... unghiul $\alpha = 57{,}29° \Rightarrow \widehat{S} = R$
π radiani ... unghiul $\alpha = 180° \Rightarrow \widehat{S} = \pi R$
2π radiani ... unghiul $\alpha = 360° \Rightarrow \widehat{S} = 2\pi R$
x radiani ... unghiul α (grade)